

工科专业本科生课程“流体力学”中 运动方程教学方法的改进

张永明

(天津大学(力学系)天津 300072)

【摘要】对于非力学专业的工科专业本科生的“流体力学”课程教学,其中一个显著的难点就是流体运动方程的教学方法。为此,本文在已有教学方法的基础上,给出了改进方法,力图让学生在已有的数学知识条件和有限的教学课时条件下,比较平顺的掌握不可压流体的运动方程,并对可压缩流体的相关知识有一定的了解,为后续课程学习可压缩流体的知识奠定基础。

【关键词】流体力学;运动方程;不可压流体;可压缩流体

【中图分类号】G642 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-9574(2022)07-000124-0

一、引言

近年来,随着我国经济和社会的发展,以及工程实际中一些更深入的亟待解决的问题带来的客观需求,高校中工科专业对本科生的一些基础课程教学愈发重视,“流体力学”(或工程流体力学)这门课程就是其中之一,其所涉及的相关工科专业包括水利工程、水电工程、港口工程、海岸工程、船舶工程、海洋工程、土木工程、机械工程、动力工程、工程物理、化学工程等等。其中,一些高校的相关专业本就开设了“流体力学”课程,近年来对该门课程教学质量的要求逐步提高;还有一些高校的相关专业则是近期开始开设了这门课程,对提高教学质量的要求也是相当迫切。

遗憾的是,虽然一线教学老师非常尽心尽力,但是在很大程度上,相较于其他课程,“流体力学”课程的教学效果不能说非常理想。相当一部分学生反映课程较难,吸收效果欠佳,学完之后深入学习后续相关课程仍然很吃力。之所以出现这种情况,原因主要在于以下几点。(i)最重要的一个原因在于,严格来讲,学习流体力学课程之前,需要预先学习的数学课程较多,包括高等数学、数学物理方程、场论基础、张量基础等。流体力学中用到的上述基础课程中的知识点较多,而且要求对一些知识点达到熟练掌握的地步,这样才能将其作为工具来学习流体力学。而实际中,除了数学或力学专业能够在流体力学之前开设这些基础课程,其他绝大部分工科专业的本科生都未在之前学习高等数学之外的相关数学课程,他们在学习流体力学时必然很吃力。此外,虽然他们学习过高等数学,但是在流体力学之前的非数学课程中(如大学物理、理论力学等),却较少使用高等数学的知识点(尤其是其中较难的知识点)作为工具学习新课程中的知识,一般还是尽量用初等数学的知识学习和解题。这就使得他们在学习流体力学时,首次遇到了一个“数学台阶”,因而学习效果受到影响。(ii)对于流体力学的核心部分,即运动方程部分,虽然方程形式上并不是多复杂,但是运动方程的推导过程集中用到的数学知识较多,

过程较复杂,因此教学上问题比较突出。具体来说,只是推导出应力形式的运动方程,就需要一个比较长的过程;为了基本方程组封闭,需要推导出应变形式的运动方程,这又需要用到本构方程,学习本构方程也需要一定的教学时间;而理解本构方程中的应变部分,又需要理解流体微元的运动分析,掌握这个知识点,又需要学生专注的学习一段时间。要做到长时间保持专注连续学习以上知识,完成整个过程,对于工科专业本科生来说确实有一定的难度。(iii)严格来讲,流体力学中需要学习不可压缩和可压缩两种性质流体的基本方程,这两种流体的基本方程差别较大,需要分别花时间学习。而如今工科专业本科生在流体力学课程上的授课时间有限,一般为32到48学时,如此有限的时间内很难学习两种流体的基本方程,所以很多高校的工科专业只学习不可压流体这一部分。这就使得学生对流体力学的理解局限于不可压流体,后续课程中需要用到可压缩流体知识的时候,学生缺乏相关基础,学习吃力。

通过以上分析可以看出,流体力学教学的难点,主要集中在运动方程(Navier-Stokes方程)这一部分。而运动方程又是流体力学中最重要方程,也是核心部分。学生在这一部分的学习质量,影响到对整门课程的学习效果,因此本文重点讨论流体力学中运动方程(微分形式)的教学方法。对这一部分内容,目前常见的教学方法主要有两种。一种是“经典”的流体力学教学方法,即在学生学习了高等数学、数学物理方程、场论基础和张量基础这些数学课程之后,利用相关数学知识推导出运动方程,甚至先学习雷诺输运定理,在此基础上再讲授运动方程,且不可压流体和可压流体的运动方程都进行讲授。这种教学方法的相关教材包括吴望一编著的《流体力学》^[1],以及周光炯等编著的《流体力学》^[2]。这种教学方法比较系统且严谨,比较适合力学专业的学生,因为所需的数学基础课程一般已经学过了,且流体力学课程的教学时间相对比较充足,一般不低于64学时。但是,对于非力学专业的工科专业本科生,这种教学方法并不是非常合适。因为所需的数学基础课程并未

都学过,且流体力学课程学时相对较少,难以展开来进行特别完整且系统的讲授。另一种是比较“简捷”的教学方法,即尽量避开数学物理方程、场论基础和张量基础的知识点,以高等数学中的知识点为基础进行教学,只在必要时做一些拓展。具体的讲,就是在牛顿第二定理的基础上推导出应力形式的运动方程;且在讲授本构方程和运动分析时,只针对不可压流体,最终也只给出不可压流体的应变形式的运动方程,避开可压缩流体的相关内容。这种教学方法的相关教材比较多,比如陈卓如等编著的《工程流体力学》^[1]。应该说,这种教学方法还是比较适合非力学专业的工科专业本科生的,只是有两个问题。一个问题是,在运动方程部分集中讲授应力形式的运动方程、本构方程、运动分析、应变形式的运动方程,新知识点比较集中,“难度台阶”比较高,学生接受起来比较突兀。另一个问题是,虽然避开可压缩流体运动方程降低了学习难度便于学生接受,但是部分专业(例如动力工程和工程物理等专业)的学生在后续课程中还是会用到这部分知识,完全避开可压缩流体的运动方程,导致他们在后续的学习中还是要面对一个比较大的难度台阶。

针对流体力学中的运动方程部分,本文正是在已有两种教学方法的基础上,取长补短,有机结合,通过改进发展一种适合非力学专业的工科专业本科生的教学方法。此外,流体力学中众多知识点讲授的先后顺序,在不同的教材中各不相同,本文则针对工科专业本科生的基础,力图将相关知识点按照由浅入深的顺序串联起来。

二、改进的教学方法

本文发展的改进的教学方法,其基本想法就是通过做到以下三点,来提高非力学专业的工科专业本科生对流体力学课程中运动方程部分的学习质量。第一,借鉴“简捷”的教学方法中的思路,仍是尽量避开数学物理方程、场论基础和张量基础这些数学课程的知识点,只是利用高等数学中的知识进行讲授,降低工科专业学生学习的难度。第二,将运动方程中涉及到的多个知识难点分散开,分别在绪论、流体静力学、流体运动学和粘性流体动力学多个章节进行讲授,降低了运动方程这一部分中困难知识点的密集程度,“摊薄”了难度台阶,以便于学生接受和吸收。第三,在重点讲授不可压流体运动方程的同时,以较简捷的形式介绍可压缩流体的一些基本知识,在不提高学习难度的情况下,为将来进一步学习可压缩流体运动方程奠定基础。此外,在出现数学表达式和微分方程时,要注意介绍其物理意义,便于工科学生接受。下面按照章节先后顺序,分别列出每一章所需要讲授的内容。因为本文针对的是流体运动方程这一部分的教学方法改进,所以下面只重点阐述与之相关的知识点(涉及连续性方程)的教学方法,且只从绪论讲到粘性流体动力学中的运动方程这一部分,其他教学内容不在本文讨论范围之内。

(一) 绪论

绪论这一章,有两个知识点需要重点讲授,即连续介质模型和流体粘性。

连续介质模型是流体力学的基本假设模型,流体力学的基本方程都是在连续介质模型的基础上建立的,因此要重点讲授。其中,“流体微元”的概念和特点要讲清楚,以后推导微分形式的基本方程要用到它。

流体粘性这一部分有三个小点要重点讲授。第一小点是库伦实验,通过库伦实验让学生可以直观的看到流体粘性和固体摩擦之间的不同。第二小点是流体粘性的形成原因,分别讲授液体和气体粘性力的形成原因。因为学生之前有中学物理和大学物理的基础,接受起来并不困难。第三小点是从平板间流体粘性力入手讲授牛顿内摩擦定律。此处非常重要,因为它为后面学习本构方程奠定了基础,摊薄了学习应变形式运动方程时的难度台阶。而且此处仅讲授最简单的两个平板间流体粘性力,难度并不大,易于学生接受。

(二) 流体静力学

这一章与流体运动方程相关的内容并不多,只是在讲授流体平衡微分方程时要注意,这个方程虽然形式简单,但也是微分方程,且推导该方程时用到了列流体微元体受力平衡方程和泰勒级数展开等技巧,这些将在后面推导运动方程时再次用到,此时可以提醒学生注意。

(三) 流体运动学

这一章与流体运动方程相关的知识点比较多,且在没有学习场论基础的情况下,学生面对连续出现的新知识点会觉得有点突兀。本文建议教学时尤其要注意讲授以下几点。

第一,描述流体运动的两种方法,即拉格朗日法和欧拉法。重点要求学生掌握欧拉方法,因为这是进一步学习流体力学和描述流体运动的基本方法,对于没有学过场论基础的学生一定要重点强调这一点。

第二,系统和控制体。在学习拉格朗日法和欧拉法之后,结合两种方法的基本思想,学习系统和控制体的概念,学生应比较容易掌握。

第三,随体导数。后面将再次用到随体导数,在学生刚掌握拉格朗日法和欧拉法之后,趁热打铁,讲授随体导数的概念,注意让学生掌握其数学表达式和物理意义。

第四,不可压流体和可压缩流体。从定义出发,直到分别给出不可压流体和可压流体的数学表达式,即不可流体密度的随体导数为零,可压流体不为零,并讲授表达式的物理意义。这样就可以为后面推导不可压流体的基本方程,以及后续课程学习可压缩流体的基本方程奠定基础。

第五,连续性方程。从质量守恒出发,针对直角坐标系下微小的六面控制体,取其单位时间的质量增长和质量净流入量,由于牛顿力学范畴内质量不生不灭,因此两个量是相等

的,从而得出连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

推导过程中用到高等数学多元函数的一阶泰勒级数展开,这是高等数学必修内容,可以提醒学生自习下面复习。这里还要注意提醒学生,连续性方程(1)同时适用于可压缩流体和不可压缩流体。这样,学生就在这里见到了可压缩流体的连续性方程,后续课程用到这个知识点时,学生就已经见过了。由于不可压流体密度的随体导数为零,所以方程(1)可以收缩为经典的不可压流体的连续方程的形式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2)$$

可以提醒学生,方程(2)左边是速度的散度,而速度的散度为零即为不可压流体的连续性方程,反映出的物理意义是质量守恒,这样便于学生理解和记忆。

第五,流体微元的运动分析。这里建议避开张量,就用分量的形式进行讲授,因为非力学专业的工科专业本科生大多还没有学过张量基础。可以将流体微元的运动分为平动、转动和变形三类,其中变形又分为线变形(伸缩)、角变形和体积变化三种。平动比较简单,其他几个知识点相对要困难一些,教学时要重点注意。在给出微元体上每个角点的速度分量时,建议用三维空间中的六面体微元,给出8个角点上三个方向的速度分量。这里用六面体微元讲授,是严谨且完整的。但是,接下来讲授流体微元的旋转、线变形、角变形时,建议先在二维平面内使用四边形微元进行教学,并注意阐述数学表达式的物理意义,因为大多数工科生更容易接受相对比较直观且物理意义明确的数学表达式。在二维平面内讲完之后,再扩展到三维空间中的六面体微元,学生接受起来就比较容易了。此处还有四点需要注意。一是建议先讲线变形,因为这个知识点相对来说最简单。二是建议旋转和角变形放在一起讲。线变形讲完之后,反正要先讲清楚四边形微元相邻两边的转角,这之后,旋转和角变形就可以一起讲了,学生理解起来也就很自然了。三是建议讲一下流体微元的体积变化,主要是为了便于学生将来理解可压缩流体的变形。而且,在学生理解线变形之后,再学习体积变化,也并不是很困难了。四是建议带领学生回顾速度矢量的旋度和散度的物理意义,其中旋度表示流体微元的旋转,包括旋转的速率和方向,而散度表示流体微元的体积增长率。这里可以进一步讲授有旋流动和无旋流动的概念,此时这些知识点学生接受起来应该比较容易。

(四) 粘性流体动力学

由于前面已经做了比较充分的铺垫,这一章讲授粘性流体的运动方程时,只需要抓好三个知识点。

第一,应力形式的运动方程。建议以流体微元的动力学基本方程为基础,推导应力形式的运动方程。流体微元的动力学

基本方程即牛顿第二定律,受合外力等于质量与加速度的乘积。加速度为速度的随体导数,随体导数的概念和表达式前面在流体运动学中已经讲过了,这里可以直接给出结果。这种教学方法的好处就在于,推导方程的基本思路学生很熟悉,且避开了雷诺输运方程,节省了教学时间。

第二,本构方程,即应力应变关系。先以绪论中学过的牛顿内摩擦公式为基础,拓展到二维平面中四边形微元的角变形(切应变)和切应力关系式,进而给出三维空间中六面体微元对应的广义牛顿内摩擦定律。然后再讲授正应力。将正应力拆为三部分:静压强、与体积变化无关的动压强,体积变化引起的动压强。对于非力学专业的工科学生,此处就不再讲授体积变化引起的动压强的本构方程了,只需要阐述与体积变化无关的动压强的本构方程。在切应力的广义牛顿内摩擦定律之后,讲授这部分动压强与线变形之间的应力应变关系,学生接受起来,应就比较自然。

第三,应变形式的运动方程。利用本构关系,将应力形式的运动方程中的切应力和正应力表示为应变的形式。然后针对均匀不可压缩流体,将方程化简为经典的不可压流体运动方程的形式。为了便于学生理解,这里要将方程中每一项的物理意义讲清楚,尤其是其中的对流项和粘性项。至此,建议将不可压流体的连续性方程和运动方程放在一起展示给学生,看到方程组有4个方程和4个未知量,方程组是封闭的。这里,可以告诉学生,可压缩流体的运动方程要更复杂,变量更多,温度和密度也是变量,最终方程组封闭还需要引入能量方程和状态方程,最终是6个方程6个变量,但是无需做太过详细的讲解。这样,可以在有限的学时内让学生掌握好不可压流体的基本方程,同时对可压缩流体也有一定程度的了解,若将来后续课程学习可压流体的相关知识,这里也有所铺垫。

三、结语

本文针对非力学专业的工科专业本科生“流体力学”教学中的核心难点问题,即流体运动方程的教学方法,给出了改进方法。力图让学生在已有数学知识条件和有限的课时条件下,更顺利地掌握不可压流体的运动方程,并对可压缩流体的知识有所了解。

参考文献

- [1] 吴望一. 流体力学. 北京大学出版社. 1982年.
- [2] 周光炯, 严宗毅, 许世雄, 章克本. 流体力学(第2版). 高等教育出版社. 2003年.
- [3] 陈卓如, 金朝铭, 王洪杰, 王成敏. 工程流体力学(第3版). 高等教育出版社. 2013年.